基于二次曲面变分形状逼近的全局四次三角 Bézier 曲面简化

彭晓东　陈仁杰*

中国科学技术大学，合肥

彭晓东：pxdbob@mail.ustc.edu.cn　　陈仁杰：renjiec@ustc.edu.cn

一、研究问题与方法

如何用有限数量的曲面片逼近稠密网格，同时保留特征边界并实现无裂缝拼接?

以 Quadric VSA 分区作为结构先验，将区域级几何抽象、全局锚点预算和连续高阶表示结合到同一流程。

01 二次曲面分区

位置与法向混合误差驱动区域重分配。结合特征约束、区域合并与图割平滑，形成几何区域。

02 固定预算粗拓扑

保留交汇点和特征端点，统一计数共享边界锚点。预算内构建区域三角剖分。

03 共享四次曲面表示

每个粗三角形对应含 15 个控制点的四次曲面片。相邻片共享完整的五点边界控制多边形。

04 全局约束拟合

区域内部可施加 C1 导数匹配，跨区域保持 G0。联合采样、边界与公平项求解，保留直边硬约束。

$$E = E_0 + \lambda_1 E_1 + \lambda_2 E_2$$

E_0：曲面采样误差　E_1：边界误差　E_2：公平项

连续性、锚点和直边条件进入稀疏约束系统。

二、全局高阶曲面结果

Homer：以 796 个四次曲面片表示原始 26,832 个三角形。

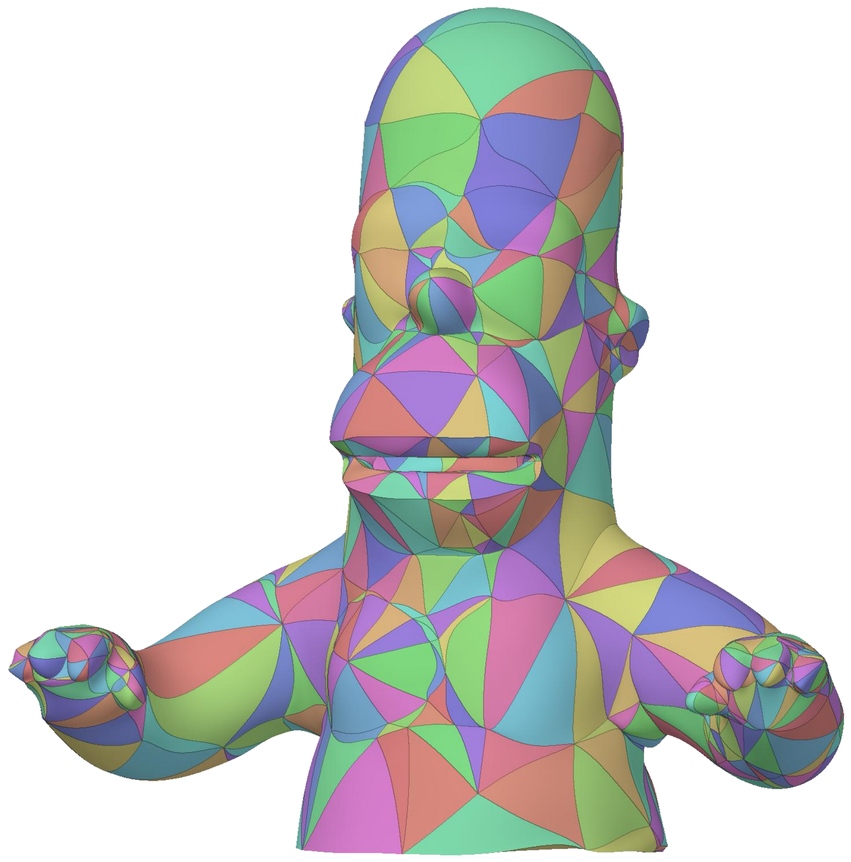


图 1　最终 Bézier 曲面布局，颜色仅区分曲面片。

400 锚点　796 曲面片　6,370 全局控制点

三、精度与连续性

Fandisk：18 个区域，180 锚点，356 个四次曲面片，2,850 个全局控制点。与同一粗骨架的线性表示比较。

表示方式	曲面采样 RMS	边界采样 RMS
分片线性	0.0240707	0.0170366
四次 Bézier	**0.0204563**	**0.00412559**

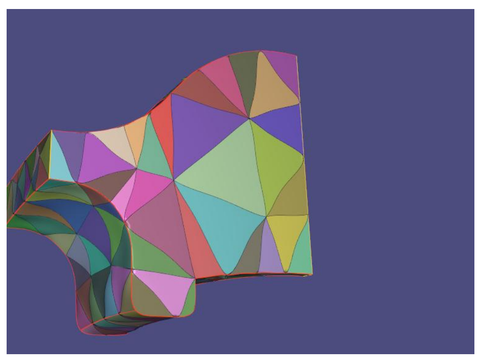
15.0%

曲面采样 RMS 降低

75.8%

边界采样 RMS 降低

固定参数对应下的拟合误差，单位为模型坐标单位。此表不是双向最近距离，也不是等存储 QEM 比较。



最大 G0 间隙　7.16×10^{-15}

最大 C1 残差　3.74×10^{-11}

固定锚点位移　0

近退化 Jacobian 计数　0

图 2　Fandisk 最终曲面。平滑区域匹配导数，跨区域共享位置，检测到的直边以硬约束保留。

四、几何效果与结论

原网格

最终曲面

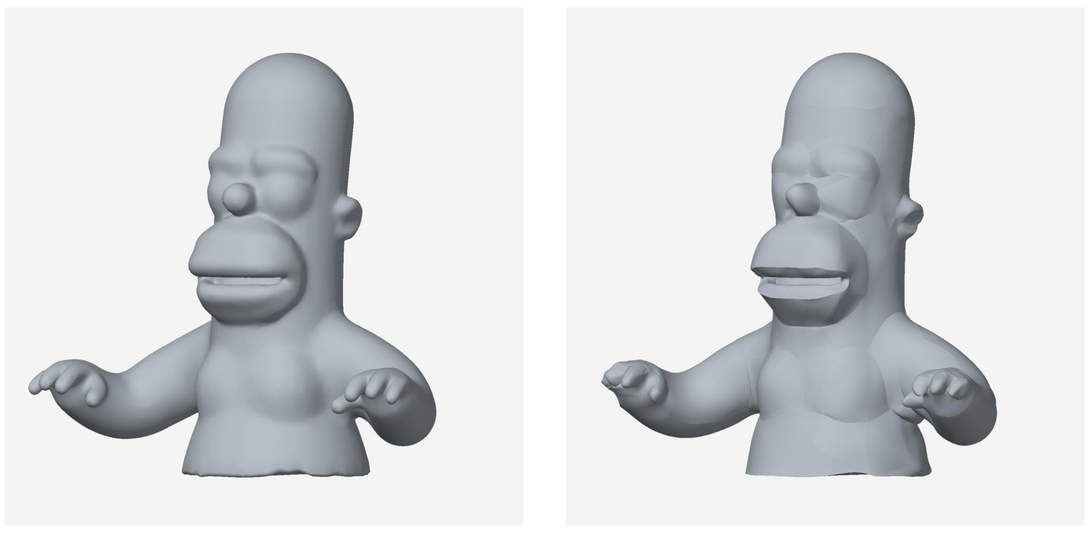


图 3　同视角几何对照。Homer 采用 G0 特征保真配置，允许锚点与控制点移动，不强制片间导数连续。

Homer 独立双向面积采样 RMS：0.1997 %D

每方向 50,000 样本，16 级评测。D 为源包围盒对角线。796 片通过局部正则性检查，64 级细分未检测到相交。

结论

共享拓扑支持高阶曲面的整体拟合。固定预算下，Fandisk 的曲面与边界拟合误差均低于同骨架线性结果。自由曲面仍存在局部细节损失，需继续优化预算分配。

主要参考：Cohen-Steiner 等，VSA，TOG 2004。

Yan 等，Quadric VSA，GMP 2006、CAD 2012。

注：局部正则与离散筛查不等于连续曲面的全局无自交证明。