基于深度强化学习的三角形网格拓扑优化方法

宋文杰[1]　王瑞[1,2*]　刘玉生[2]

[1] 宁波大学　　[2] 浙江大学 CAD&CG 全国重点实验室

一、研究背景与总体框架

研究动机

三角形网格质量直接影响有限元分析的精度与计算效率。现有网格生成与优化方法在复杂场景下仍难以稳定获得高质量网格，且多数拓扑优化方法依赖启发式策略与人工经验，容易陷入局部最优。本文采用深度强化学习，引导智能体自主探索拓扑调整策略，在保持几何特征的同时降低网格不规则度。

马尔可夫决策过程建模

将三角形网格拓扑优化建模为马尔可夫决策过程，以网格作为强化学习环境，以边翻转、边分割和边折叠作为基本动作。智能体根据状态选择操作，并根据操作前后的质量变化获得奖励，在多步交互中学习优化策略。网格环境基于 OpenMesh 半边数据结构，实现邻接查询与拓扑更新。

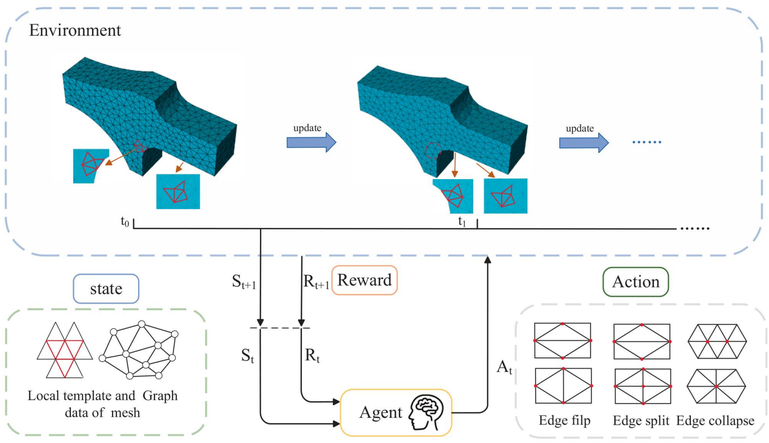


图 1　曲面三角网格拓扑优化的强化学习框架

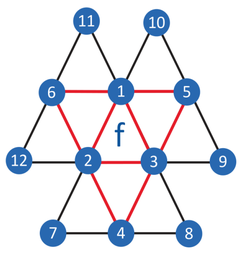
三、局部决策与几何约束

目标函数与评价指标

$$s = \sum_{i=1}^{N_v} \left| n_i^* \right| \qquad n_i^* = n_i - n_i^{ideal}$$

全局不规则度为各顶点不规则度绝对值之和。本文所有网格均为闭合曲面三角网格，理想度数设为 6。实际度数与理想度数一致的顶点为规则顶点。

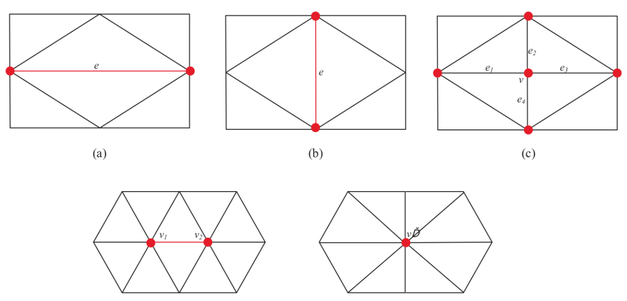
局部模板与状态空间



以单个三角面为中心，基于半边结构向相邻面扩展，形成包含 12 个统计顶点和 9 条可操作边的局部模板。统计顶点可能存在重复，以强化高不规则区域的表征。

将二面角超过 15° 的边视为特征边。仅在特征边数不超过 4 的局部模板中，选择不规则度最高的前 L 个模板作为操作区域，以提高探索效率并保持几何特征。

动作空间与网格更新



边翻转改变局部对角连接，边分割在边中点插入顶点，边折叠将边收缩至一个端点。每个模板有 27 种基础动作。执行后采用拉普拉斯平滑与最近点投影修正顶点位置，保持原始几何特征与局部形状质量。

奖励函数与非法操作惩罚

$$r_t = \begin{cases} \dfrac{S_{t-1} - S_t}{S_{t-1}} & \text{合法操作} \\ -1 & \text{非法操作} \end{cases}$$

若面法向旋转超过 15°，或产生度数大于 8 的顶点，则判为非法操作，奖励为 -1 。

二、Actor-Critic 网络与 PPO 训练

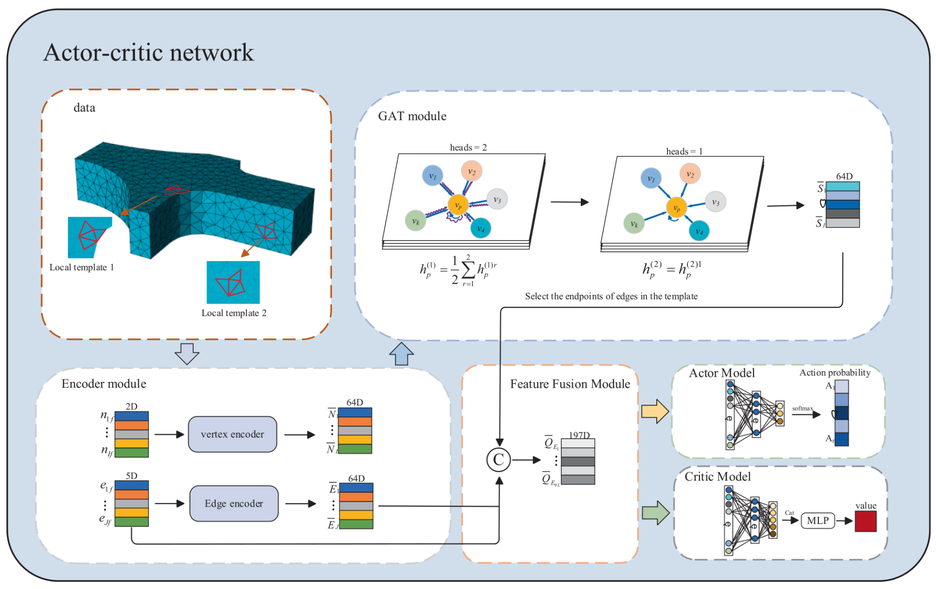


图2 基于 GAT 的 Actor-Critic 三角形网格拓扑优化网络

特征编码与图注意力聚合

顶点特征包括度数与不规则度，边特征包括二面角、两个内角与两个边长比。双层 MLP 配合层归一化和 LeakyReLU 进行编码。

双层多头 GAT 利用边特征参与注意力权重计算，自适应聚合邻域顶点信息，多头输出取平均。输入采用 Z-score 标准化。

特征融合与策略输出

拼接目标边两端的顶点表示、原始边特征及编码后的边特征。Actor 输出各候选边执行边翻转、边分割和边折叠的概率，Critic 估计当前状态价值，为策略更新提供评价信息。

主要贡献

（1）提出融合顶点拓扑特征与边几何特征的图注意力编码方法，通过自适应聚合顶点及其邻域信息，增强对动态拓扑关系的感知能力，提高对不同网格结构的适应性与表征能力。

（2）构建融合拓扑质量指标与几何畸变惩罚项的复合奖励函数，引导智能体根据当前网格状态学习拓扑优化策略，在改善拓扑质量的同时兼顾单元质量与几何保真性。

训练过程与模板数量选择

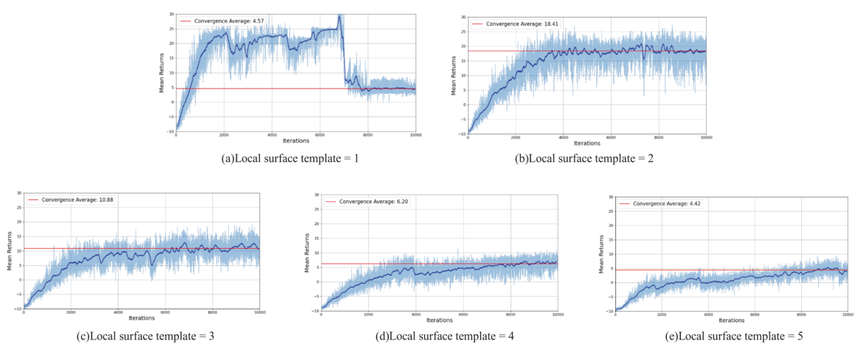


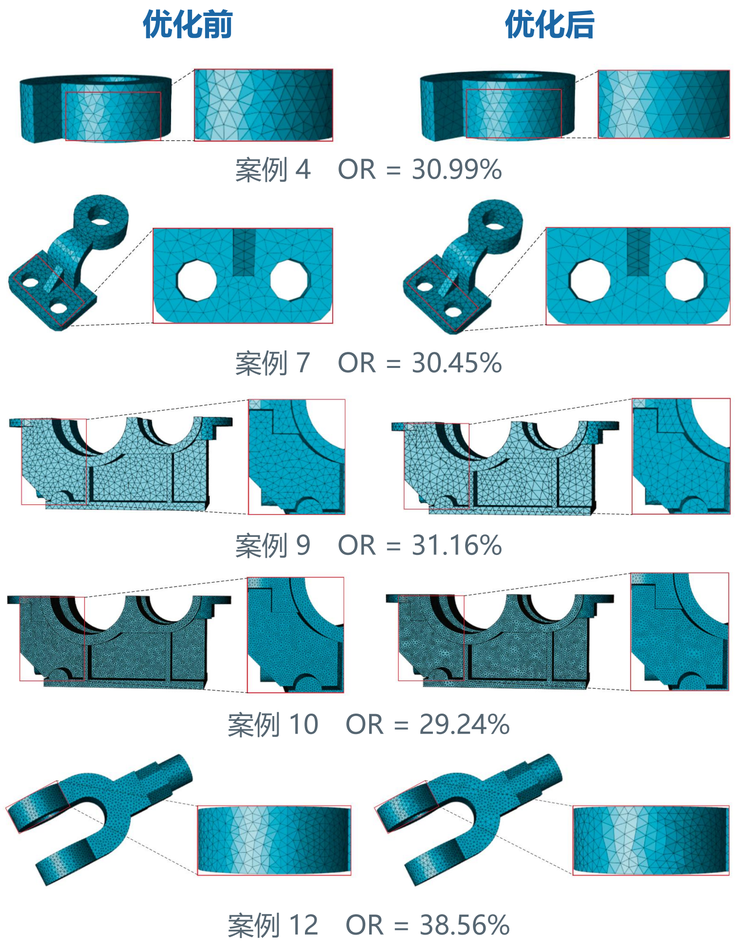
图 3　不同局部模板数量的训练迭代曲线

采用 PPO，通过裁剪目标限制新旧策略更新幅度，减弱策略迭代震荡，提高离散拓扑操作序列学习的稳定性。

比较 1–5 个局部模板后，综合平均累计奖励与训练稳定性，选择模板数为 2 的模型。

$\gamma = 1$，$\lambda = 0.98$，$\varepsilon = 0.02$。Adam 优化器中，Actor 与 Critic 的学习率分别为 10^{-4} 和 10^{-3}，每批进行 5 次梯度更新。

四、实验结果与分析



案例	初始面数	不规则度：前 / 后	OR
1	1,600	546 / 380	30.40%
2	1,314	388 / 246	36.60%
3	1,052	348 / 214	38.50%
4	1,874	568 / 392	30.99%
5	1,914	532 / 342	35.71%
6	2,188	782 / 544	30.43%
7	1,588	532 / 370	30.45%
8	2,060	696 / 484	30.46%
9	9,462	3042 / 2094	31.16%
10	105,420	31682 / 22418	29.24%
11	5,108	1642 / 1056	35.69%
12	10,528	3288 / 2020	38.56%
13	48,338	14598 / 9856	32.48%

OR 为全局不规则度的减少量与初始值之比

对于 1,000-50,000 面片的网格，平均优化率超过 30%；约 10 万面片网格的优化率仍接近 30%。同一模型三种网格密度的优化率分别为 35.69%、38.56% 和 32.48%。

结论

本文提出基于深度强化学习的三角形网格智能拓扑优化方法，以 PPO 为核心，构建基于多头 GAT 的 Actor-Critic 网络，实现拓扑操作策略的自主学习。通过奖励函数评估局部操作前后的质量变化，引导拓扑调整。实验表明，该方法能够降低网格不规则度、减少奇异顶点，并具有较好的稳定性与泛化能力。

Song W., Wang R., Liu Y. Expert Systems With Applications 309 (2026), 131271. DOI: 10.1016/j.eswa.2026.131271