Geometry-Aware Graph Network with Enhanced Node Updating for Structured Mesh Generation

申莹莹[1]，张浩轩[2]，吴晓群[1]，腾晓强[1]，李海生[1]

[1] 北京工商大学 计算机与人工智能学院

[2] 北京航空航天大学 软件学院

问题描述

拓扑利用弱 ⇨ 现有映射方法逐点预测，未显式利用网格邻接关系

局部耦合弱 ⇨ 现有方法缺少邻域几何信息交互，难描述节点协同变形

变形控制难 ⇨ 复杂边界变形易引发网格扭曲，内部节点分布难以协调

研究背景与动机

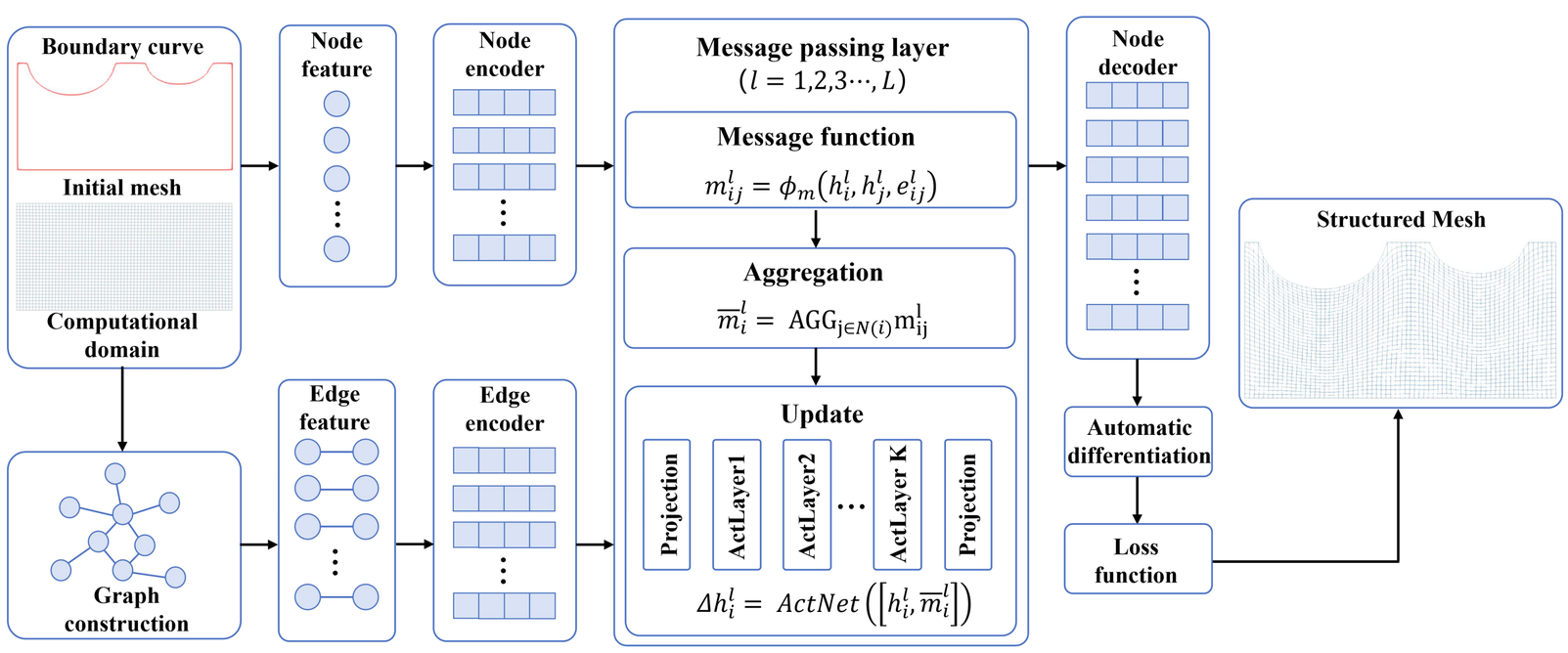
方法	优点	局限性
物理信息神经坐标映射	可直接学习节点调整策略	逐点独立映射，缺乏显示邻域拓扑交互
标准图消息传递网络	可聚合邻域信息表达节点局部耦合	对复杂联合特征的非线性表达能力有限

亟需一种融合网格拓扑信息、增强节点邻域特征，并结合物理约束的结构网格生成方法

方法

网络框架

- ✓ 突破传统逐点独立坐标映射方式，使网格固有连接关系参与节点变形建模
- ✓ 改进消息传递网络的节点更新机制，加强节点与邻域几何特征的联合表征
- ✓ 将局部几何与物理控制方程相结合，生成满足复杂边界条件的结构网格



✓通过多物理残差加权融合并结合边界约束，实现对网格坐标映射的协同约束

$$loss = loss_{boundary} + \alpha loss_{NL} + \beta loss_{LP} + \gamma loss_{HB},$$

公式与物理约束

$loss_{boundary}$：边界贴合

$$loss_{boundary} = \frac{1}{|\partial\Omega|}\sum_{k\in\partial\Omega}\left\|U_k^{\mathrm{pred}} - U_k^{\mathrm{target}}\right\|^2$$

$loss_{LP}$：扩散平滑约束

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad \nabla^2 v = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2},$$

$$loss_{LP} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[\left(\nabla^2 u\right)^2 + \left(\nabla^2 v\right)^2\right],$$

$loss_{NL}$：弹性过程约束

$$R_{NL} = \mu\nabla^2 \cdot U + (\lambda+\mu)\nabla(\nabla\cdot U)$$

$$loss_{NL} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[R_{NL}(x_k, y_k)^2\right]$$

$loss_{HB}$：张量平滑约束

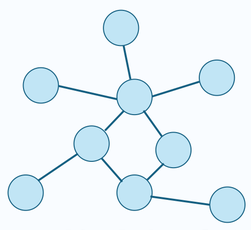
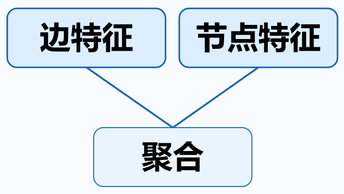
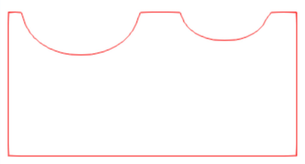
$$R_{HB} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

$$loss_{HB} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[R_{HB}(x_k, y_k)^2\right].$$

贡献点总结

- **拓扑感知建模：** 突破逐点独立预测的局限，使网格连接关系参与节点变形建模。
- **几何特征增强：** 提升节点与邻域信息的联合表达能力，强化复杂局部几何耦合建模。
- **几何物理协同：** 融合拓扑几何表征与物理先验约束，支持复杂边界下的网格坐标预测。

方法特点与优势

拓扑建模	特征融合	物理约束
		
网格坐标表征 避免将相邻节点视为独立样本	增强局部几何的表达	联合边界条件与物理方程

核心特点：保留原有物理约束框架，引入网格拓扑与增强节点更新